再配置可能離散事象システムのモデルと制御
Modeling and Control of Reconfigurable Discrete Event Systems

大阪大学大学院基礎工学研究科　○ 小野木 健二，潮 俊光，足立 正和
Kenji Onogi, Toshimitsu Ushio, Masakazu Adachi
Graduate School of Engineering Science, Osaka University

Abstract Reconfigurable systems are the systems which can dynamically modify their own structure according to situations. In this paper, we introduce a two-level automaton to model reconfigurable discrete event systems. In the upper level, structural changes of the system is modeled while behavior of the system is represented in the lower level. We show the existence of the maximally permissive feedback in our model and propose an algorithm for its computation.

1 はじめに

動的な変化への対応を可能とした柔軟なシステムの構築は様々な工学分野で問題となっている [1]．状況に応じてシステムの構造が変化するシステムは再配置可能なシステムと呼ばれる．本報告では，2 階層オートマトンを用いた再配置可能離散事象システムのモデルを提案する．上位層ではシステムの構造の変化をモデル化し，下位層でシステムの振舞いを表現する．

2 2 階層オートマトン

2 階層オートマトンは通常のオートマトンの各状態の下にさらに別のオートマトンをもつ．上位層の状態をモードと呼ぶ．

定義 1 上位オートマトンは 4 項組 $G := (Q, \Lambda, \xi, q_0)$ により定められる．ここで $Q = \{q_1, q_2, \ldots, q_n\}$ はモードの集合，Λ は事象の集合，$\xi : \Lambda \times Q \to Q$ はモード間遷移関数，$q_0 \in Q$ は初期モードである．

定義 2 下位オートマトンは各モードに対して定められ，q_i に対する下位オートマトンを 4 項組 $G_i := (X_i, \Sigma_i, \delta_i, I_i)$ で表す．X_i は状態集合，Σ_i は事象の集合で $\Lambda \cap (\cup_i \Sigma_i) = \emptyset$．$\delta_i : \Sigma_i \times X_i \to X_i$ は状態遷移関数，$I_i \subset X_i$ は禁止状態である．$i \neq j$ のとき，$X_i \cap X_j = \emptyset$．

2 階層オートマトンの状態集合 $\mathcal{X}$ は $\mathcal{X} = \bigcup_i \{(q_i, x) ; x \in X_i\}$ となる．初期状態は，初期モード q_0 における状態 $x_{00} \in X_0$ と表す．また，禁止状態の集合を $\mathcal{I} = \{(q_i, x) ; 1 \leq i \leq n,\ x \in I_i\}$ で表す．

定義 3 q_i から q_j へのモード間遷移が生じたときの下位の状態のリセット関数 $\mathcal{F}_i : \Lambda \times X_i \to X_j$ が定められる．$\mathcal{F}_i$ は部分関数であり，開ループ系で x において λ が生起し得るとき，そのときに限って $\mathcal{F}_i(\lambda, x)$ が定義される．また，逆関数を $\mathcal{F}_i^{-1}(y) = \{x \in X_i ; \exists \lambda \in \Lambda,\ \mathcal{F}_i(\lambda, x) = y\}$ とする．

全ての事象の集合を $\Omega = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup \cdots \Sigma_n \cup \Lambda$ とする．空列 ε を含み，集合 Ω の要素からなるすべての有限列（事象列）の集合を Ω^* とおく．事象列 s と t の連接を st と書く．

定義 4 [両レベルのオートマトンを考慮した遷移関数] $\omega \in \Omega$ による遷移を $\tau : \Omega \times \mathcal{X} \to \mathcal{X}$ により定義する．

$$
\tau(\omega, (q_i, x)) = \begin{cases} (q_i, \delta(\omega, x)) & \text{if } \omega \in \Sigma_i \text{ and } \delta(\omega, x)! \\ (\xi(\omega, q_i), \mathcal{F}_i(\omega, x)) & \text{if } \omega \in \Lambda\ ,\ \xi(\omega, q_i)! \\ & \qquad \text{and } \mathcal{F}_i(\omega, x)! \\ \text{undefined} & \text{otherwise} \end{cases}
$$

自然な方法で τ を $\Omega^* \times \mathcal{X} \to \mathcal{X}$ の関数へ拡張する．

$\forall \lambda \in \Lambda,\ \tau(\lambda, (q_i, x)) \neq (q_i, x)$ とする．上位オートマトンにおける事象は全て可制御，下位オートマトンにおける状態は全て可観測，事象は不可制御であるとする．

3 モード制御

本報告では禁止状態に到達しないようにモード間遷移を制御することを考える．ここでモード間遷移の制御としては，禁止・許可・強制の 3 種類を仮定する．以下，Λ は強制可能な事象の集合 Λ^f と強制不可能（すなわち許可または禁止のみ可能）な事象の集合 Λ^{uf} に分かれると仮定する．すなわち，$\Lambda = \Lambda^f \cup \Lambda^{uf}$, $\Lambda^f \cap \Lambda^{uf} = \emptyset$ とする．

定義 5 モード制御器 Π は 2 項組で定められる．

$$
\begin{aligned}
\Pi &:= (\mathbb{G}, \mathbb{C}) \\
\mathbb{G} &= \{\mathcal{G}_1^{\Pi}, \mathcal{G}_2^{\Pi}, \ldots, \mathcal{G}_n^{\Pi}\} \\
\mathbb{C} &= \{\mathcal{C}_1^{\Pi}, \mathcal{C}_2^{\Pi}, \ldots, \mathcal{C}_n^{\Pi}\}
\end{aligned}
$$

$\mathcal{G}_i^\Pi : X_i \times \Lambda \to \{0,1\}$ はガード．遷移を禁止するとき，$\mathcal{G}_i^\Pi(\lambda,x)=0$，そうでないときは $\mathcal{G}_i^\Pi(\lambda,x)=1$ とする．また，$\mathcal{F}_i(\lambda,x)$ が定義されないならば $\mathcal{G}_i^\Pi(\lambda,x)=0$ とする．$\mathcal{C}_i^\Pi : X_i \to \{0,1\}$ により遷移を強制するかどうかを定める．強制するとき，$\mathcal{C}_i^\Pi(x)=0$．強制しないとき，$\mathcal{C}_i^\Pi(x)=1$．$\mathcal{G}_i^\Pi(\lambda,x)=1$ なる $\lambda \in \Lambda^f$ が存在しない x については $\mathcal{C}_i^\Pi(x)=1$．

$x \in X_i$ において $\mathcal{C}_i^\Pi(x)=0$ のとき，強制可能なモード間遷移の中で禁止されていないものだけが生起しうる．このような x では $\lambda \in \Lambda^{uf}$ に対し，$\mathcal{G}_i^\Pi(\lambda,x)=0$ とする．

定義 6　モード制御器 Π で制御されたシステムの遷移関数 $\tau^\Pi : \Omega \times \mathcal{X} \to \mathcal{X}$ を以下のよう定義する．

$$\omega \in \Sigma_i : \tau^\Pi(\omega,(q_i,x)) = \begin{cases} \tau(\omega,(q_i,x)) & \text{if } \mathcal{C}_i^\Pi(x)=1 \\ \text{undefined} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\omega \in \Lambda : \tau^\Pi(\omega,(q_i,x)) = \begin{cases} \tau(\omega,(q_i,x)) & \text{if } \mathcal{G}_i^\Pi(\omega,x)=1 \\ \text{undefined} & \text{otherwise} \end{cases}$$

先と同様に τ^Π を $\Omega^* \times \mathcal{X} \to \mathcal{X}$ の関数へ拡張する．

Π に対する可到達領域は以下のように定義される．

$$Ac(\Pi) = \{(q_i,x)\ ;\ \exists s \in \Omega^*, (q_i,x) = \tau^\Pi(s,(q_0,x_{00}))\}$$

$Ac(\Pi) \cap \mathcal{I} = \emptyset$ が成り立つとき，モード制御器 Π は許容であるという．

定義 7 [モード制御器の和]　2 つのモード制御器 Π_1 と Π_2 に対し，和 $\Pi = \Pi_1 \oplus \Pi_2 = (\mathbb{G},\mathbb{C})$ を以下のように定義する．

$$\mathcal{G}_i^\Pi = \begin{cases} \mathcal{G}_i^{\Pi_1} \vee \mathcal{G}_i^{\Pi_2} & \text{if } (q_i,x) \in Ac(\Pi_1) \cap Ac(\Pi_2) \\ \mathcal{G}_i^{\Pi_1} & \text{if } (q_i,x) \in Ac(\Pi_1) \backslash Ac(\Pi_2) \\ \mathcal{G}_i^{\Pi_2} & \text{if } (q_i,x) \in Ac(\Pi_2) \backslash Ac(\Pi_1) \\ \text{don't care} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\mathcal{C}_i^\Pi = \begin{cases} \mathcal{C}_i^{\Pi_1} \vee \mathcal{C}_i^{\Pi_2} & \text{if } (q_i,x) \in Ac(\Pi_1) \cap Ac(\Pi_2) \\ \mathcal{C}_i^{\Pi_1} & \text{if } (q_i,x) \in Ac(\Pi_1) \backslash Ac(\Pi_2) \\ \mathcal{C}_i^{\Pi_2} & \text{if } (q_i,x) \in Ac(\Pi_2) \backslash Ac(\Pi_1) \\ \text{don't care} & \text{otherwise} \end{cases}$$

補題 1　$Ac(\Pi_1 \oplus \Pi_2) = Ac(\Pi_1) \cup Ac(\Pi_2)$ が成立する．

系 1　Π_1 と Π_2 が許容ならば $\Pi_1 \oplus \Pi_2$ も許容である．

モード数，状態数，事象数いずれも有限なので許容なモード制御器の数も有限であり，以下の命題が成り立つ．

命題 1　許容なモード制御器が存在するとき，可到達領域を最大にする許容なモード制御器が存在する．

4　最大許容なモード制御器

ここでは最大許容なモード制御を実現するモード制御器の導出アルゴリズムを提案する．どのようなモード制御を行っても禁止状態に到達し得る状態の集合を準禁止状態と呼ぶ．

アルゴリズム

初期状態として，準禁止状態の集合は空集合とし，開ループ系で定義された遷移は全て許可，非強制とする．

(1) $x \in I_i \cup I_i^A$ $(1 \le i \le n)$ なる全ての $y \in F_j^{-1}(x)$ $(1 \le j \le n)$ に対し，$\mathcal{G}_j^\Pi(\lambda,y)=0$ とする $(\xi(\lambda,q_j)=q_i)$．

(2) $\delta_i(\sigma,x) \in I_i \cup I_i^A$ $(\sigma \in \Sigma_i,\ 1 \le i \le n)$ なる全ての $x \in X_i \backslash (I_i \cup I_i^A)$ において，それぞれ，全ての $\lambda \in \Lambda^f$ に対し $\mathcal{G}_i^\Pi(\lambda,x)=0$ ならば，$I_i^A \leftarrow I_i^A \cup \{x\}$ とする．

(3) (1)，(2) において，ともに変更がなければ (4) へ進む．そうでなければ (1) へ戻る．

(4) $\delta_i(\sigma,x) \in I_i \cup I_i^A$ $(\sigma \in \Sigma_i,\ 1 \le i \le n)$ なる全ての $x \in X_i \backslash (I_i \cup I_i^A)$ に対し，$C_i(x)=0$ とする．

準禁止状態の集合を $\mathcal{I}^A = \{(q_i,x)\ ;\ 1 \le i \le n,\ x \in I_i^A\}$ で表す．

補題 2　任意のモード制御器 Π に対して次式が成立する．

$$\forall (q_i,x) \in \mathcal{I}^A,\ \exists s \in \Omega^* \text{ s.t. } \tau^\Pi(s,(q_i,x)) \in \mathcal{I}$$

系 2　上記のアルゴリズムを実行し，$x_{00} \in I_0 \cup I_0^A$ となるとき，許容なモード制御器は存在しない．

命題 2　許容なモード制御器が存在するとき，アルゴリズムで得られるモード制御器は最大許容である．

5　おわりに

2 階層オートマトンにより再配置可能離散事象システムをモデル化し，その制御法を提案した．今後の課題として，部分観測下での制御などが挙げられる．

参考文献

[1] Houshang Darabi, Mohsen A. Jafari, and Anna L. Buczak, “A Control Switching Theory for Supervisory Control of Discrete Event Systems,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol.19, no.1, pp.131-137, February 2003.