対戦相手の誤認を考慮した複数集団レプリケータダイナミクス

Multipopulation Replicator Dynamics with Erroneous Perceptions for Opponents

大阪大学大学院基礎工学研究科　○金澤 尚史，潮 俊光

○ Takafumi KANAZAWA and Toshimitsu USHIO

Graduate School of Engineering Science, Osaka University

Abstract In evolutionary game theory, to the best of our knowledge, individuals' perceptions have been disregarded. When an individual interacts with the other individual under coexistence of heterogeneous populations, we can consider that the individual changes its strategy depending on the opponent. In such a situation, each individual may make an error about the population the opponent belongs to, and the influence of individuals' perceptions has to be taken into consideration. In this paper, we propose a multipopulation model with erroneous perceptions for opponents. We define an evolutionarily stable strategy (ESS) and formulate replicator dynamics in this model, and prove several properties of the proposed model.

1 はじめに

進化ゲーム理論は，多数の主体を含む集団において，主体が実際にある戦略をとった後，その利得の大小によって集団における戦略分布が変化すると考えるものである [1]．進化ゲームの分野でこれまでに研究されている，複数集団における非対称ゲームのモデルでは，各主体は，各集団からランダムに抜き出された主体と単位時間に一度ずつゲームを行うと仮定されている [2] [3]．この仮定は，各主体が，他の主体がどの集団に属しているかを正確に区別出来るということを暗示している．しかしながら，このような場合，主体が他の主体と相互作用するとき，相手がどの集団に属するかによって戦略を変化させせると考える方が自然である．

一方複雑な問題状況においては，様々な誤解が存在するのが普通である．主体の認識の違いを扱うものとしてハイパーゲーム理論があるが [4]，複数集団のモデルにおいては，ハイパーゲームで扱われるものとは別の形の誤認識，ゲームの相手自体を誤認する状況が考えられる．各主体が対戦相手を区別すると仮定するとき，各主体が他の主体の属する集団を正確に区別できると考えるよりも，誤りを含んだ自分の認識，主観に基づいて他の主体の属する集団を判断し，その判断に基づいて自分の戦略を選択すると考える方が自然である．

したがって本稿では，主体が相手の主体の属する集団によって戦略を変化させせると考え，主体が相手の属する集団を誤って認識する場合を考慮したモデルを提案する．このモデルに対し，進化的に安定な戦略（ESS）とレプリケータダイナミクスを定め，その性質について考察する．

2 主体の認識を考慮しない複数集団のモデル

多数の主体からなる n 個の集団 $P_1, P_2, \cdots, P_n$ が共存している状況を考える．全主体に対して集団 P_i の主体の占める割合を α_i，集団 P_i の主体の利得行列を A_i とする．全集団において，純粋，混合戦略集合は共通で，それぞれ Φ, S であるとし，$S^n = \{(s_1, s_2, \cdots, s_n) | s_i \in S\}$ と表す．このモデルは明らかに，[2] で提案された非対称ゲームのモデルを n 集団に拡張したモデルの特殊形となっている．このモデルの進化的に安定な戦略（ESS）を，[5] の ESS の概念を用いて以下のように定義する．

定義 1 $s^* \in S^n$ が，全ての $s \neq s^*$，十分小さな $\epsilon_i > 0$ に対して

$$s_i^T A_i \left(\sum_{j=1}^{n} \alpha_j \bar{s}_j \right) < s_i^{*T} A_i \left(\sum_{j=1}^{n} \alpha_j \bar{s}_j \right) \qquad (1)$$

を満たすならば ESS であるという．ここで，$\bar{s}_j = (1 - \epsilon_j) s_j^* + \epsilon_j s_j$ とする．

レプリケータダイナミクスは，各純粋戦略をとる主体の割合が利得に応じて増減すると考え，戦略の分布の変化を表す微分方程式である．$s_i^j(t)$ を，時刻 t において，集団 P_i に属し純粋戦略 j をとる主体の割合とする．集団 P_i における，戦略 j をとる主体の増加率 $\dot{s}_i^j / s_i^j$ が，その利得と，集団 P_i の主体の平均利得との差に等しいとし，レプリケータダイナミクスを

$$\dot{s}_i^j = s_i^j (e^j - s_i)^T A_i \left(\sum_{k=1}^{n} \alpha_k s_k \right) \qquad (2)$$

で定める．ただし e^j は，第 j 要素が 1 の単位列ベクトルである．

3　対戦相手の誤認識を考慮したモデル

前節のモデルに対して主体の対戦相手に対する認識を導入する．前節と同様に全集団において純粋戦略集合，混合戦略集合が共通で，それぞれ Φ，S であるとする．相手の主体が属する集団によって戦略を使い分けるとし，集団 P_i の主体の拡大された戦略集合を $S_i = \{s_i = (s_{i1}, s_{i2}, \cdots, s_{in}) | s_{ij} \in S\}$ と表す．ただし s_{ij} を，P_i の主体が P_j と認識した主体に対して用いる戦略とする．この主体の認識を表すものとして，β_i^{jk} を P_i の主体が P_j の主体を P_k の主体と認識する確率として定義する．また，$S^{n\times n} = \{(s_1, \cdots, s_n) | s_i \in S_i\}$ と表し，行列 E_i^j を，$E_i^j s_i = \sum_{k=1}^n \beta_i^{jk} s_{ik}$ で定める．このモデルの概念を図 1 に示す．

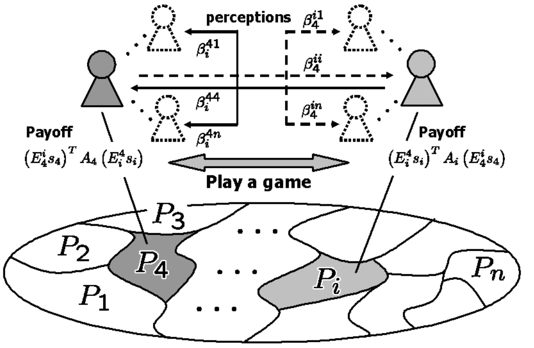

図 1: 対戦相手の誤認識を考慮したモデルの概念図

進化的に安定な戦略（ESS）とは，一般に，いかなる侵入戦略をとる主体もその割合を減らすような戦略と定義される．したがって，このモデルの ESS を以下のように定義する．

定義 2　戦略の組 $s^* \in S^{n\times n}$ が，全ての $s \neq s^*$，十分小さな $\epsilon_i > 0$ に対して

$$\sum_{j=1}^{n} \alpha_j \left\{ E_i^j (s_i^* - s_i) \right\}^T A_i \left(E_j^i \bar{s}_j \right) > 0 \qquad (3)$$

を満たすならば ESS であるという．ここで $\bar{s}_j = (1 - \epsilon_j) s_j^* + \epsilon_j s_j$ とする．

各主体は，それぞれの集団の主体に対して純粋戦略を使い分けるとする．$s_{ij}^k(t)$ を，集団 P_i に属し，集団 P_j の主体と認識した相手に対して戦略 k をとる主体の割合とし，レプリケータダイナミクスを

$$\dot{s}_{ij}^k = s_{ij}^k \sum_{l=1}^{n} \alpha_l \beta_i^{lj} (e^k - s_{ij})^T A_i \left(E_l^i s_l \right) \qquad (4)$$

で定める．ただし e^k は，第 k 要素が 1 の単位列ベクトルである．

主体の認識について以下のように定義する．

定義 3　$E_p^i = E_q^i$ が成立するとき，P_p の主体と P_q の主体の，P_i の主体に対する認識が同じであるという．また，$E_i^p = E_i^q$ が成立するとき，集団 P_i の主体は，集団 P_p の主体と集団 P_q の主体を区別できないという．

この定義を用いると，このモデルに関して，以下の性質が成り立つ．

- $s^* \in S^{n\times n}$ が ESS ならば (4) の平衡点となり，その平衡点は局所漸近安定である．さらに s^* が内部 ESS であるならば，その平衡点は，境界を除き大域的漸近安定である．
- P_p と P_q の主体の，全ての集団の主体に対する認識が同じであるとする．$s^* \in S^{n\times n}$ が (4) の平衡点であれば，$\alpha_p \beta_i^{pj} s_p + \alpha_q \beta_i^{qj} s_q = \alpha_p \beta_i^{pj} s_p^* + \alpha_q \beta_i^{qj} s_q^*$ を満たす s_p，s_q で s_p^*，s_q^* を置き換えた集団状態も (4) の平衡点となる．
- 全ての主体が P_p と P_q の主体を区別できないとする．$s^* \in S^{n\times n}$ が (4) の平衡点であれば，$\alpha_p E_p^i s_p^* + \alpha_q E_q^i s_q^* = \alpha_p E_p^i s_p' + \alpha_q E_q^i s_q'$ を満たす s_p'，s_q' で s_p^*，s_q^* を置き換えた集団状態も (4) の平衡点となる．
- $\hat{s}^* \in S^n$ を定義 1 で定めた ESS とする．全集団の主体が，全集団の主体を区別できないならば，$E_i s_i^* = \hat{s}_i^*$ を満たす戦略 $s_i^* \in S_i$ からなる戦略の組 $s^* \in S^{n\times n}$ は，(4) の平衡点となる．

4　おわりに

本稿では，従来の非対称ゲームのモデルに対して主体の，対戦相手に対する認識を導入したモデルを提案した．各モデルに対してレプリケータダイナミクスを定式化し，その平衡点の性質を ESS と関連づけて検討した．

参考文献

[1] J. W. Weibull. 進化ゲームの理論. オフィス カノウチ, 東京, 1998. 大和瀬達二監訳，三澤哲也・赤尾健一・大阿久博・横尾昌紀訳.

[2] P. D. Taylor. Evolutionarily stable strategies with two types of player. *Journal of Applied Probability*, Vol. 16, pp. 76–83, 1979.

[3] R. Cressman, J. Garay, and J. Hofbauer. Evolutionary stability concepts for n-species frequency-dependent interactions. *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 211, No. 1, pp. 1–10, 2001.

[4] M. Wang, K. W. Hipel, and N. M. Fraser. Solution concepts in hypergames. *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 34, No. 3, pp. 147–171, 1989.

[5] J. Garay and Z. Varga. Strict ess for n-species systems. *Biosystems*, Vol. 56, pp. 131–137, 2000.